

Cumplimiento Imperfecto — Parte 1

Tipos de cumplimiento e ITT

2026-05-25

1. Repaso: ¿qué nos dio el experimento aleatorizado?
2. Cuándo aparece el cumplimiento imperfecto
3. Notación: asignación (Z) vs. tratamiento (D)
4. DAG: qué podemos y qué no podemos identificar
5. ITT: el efecto de la asignación
6. Los 4 tipos de cumplimiento
7. Ejemplo: contando tipos en un programa de préstamos
8. $\Pr(C)$: la primera etapa

Al terminar este bloque, deberías poder:

1. Distinguir asignación al tratamiento (Z) del tratamiento recibido (D)
2. Identificar los cuatro tipos de cumplimiento usando resultados potenciales
3. Calcular el ITT y entender cuándo es la cantidad relevante para política
4. Calcular la proporción de cumplidores como una “primera etapa”
5. Anticipar la pregunta que cerramos la próxima clase: ¿podemos recuperar el efecto del tratamiento para los cumplidores?

Repaso y motivación

¿Qué nos dio el experimento aleatorizado?

- **Resultados potenciales:** Y_i^1, Y_i^0 ; observamos $Y_i = D_i Y_i^1 + (1 - D_i) Y_i^0$
- **El problema fundamental:** la diferencia simple mezcla efecto causal con sesgo de selección
- **La solución experimental:** $(Y^0, Y^1) \perp D$ por aleatorización $\Rightarrow$ la diferencia de medias identifica el ATE

Hoy

¿Qué pasa cuando la asignación es aleatoria, pero **no todos la cumplen?**

Cuándo aparece el cumplimiento imperfecto

A veces no se respeta la asignación al tratamiento.

1. Asignados a tratamiento que no lo reciben:

- Nunca asisten a las sesiones de capacitación
- Se niegan a tomar medicamentos

2. Asignados a control que sí lo reciben:

- Padres que ya estaban vacunando a sus hijos
- Cambian de escuela o distrito para acceder al programa

3. El diseño basado en incentivos lo genera naturalmente:

- Cartas informativas aumentan participación, pero no obligan

Cumplimiento imperfecto introduce sesgo

Si comparamos resultados por **tratamiento recibido** en lugar de por **asignación** (Z), reintroducimos el problema de selección que la aleatorización había eliminado.

¿**Por qué?** Quienes *aceptan* el tratamiento difieren sistemáticamente de quienes no lo aceptan:

- Más motivados, más informados, con menos barreras
- Mejores condiciones de partida (salud, recursos, apoyo familiar)
- ... o, al revés: *más necesitados* del tratamiento (peor situación de base)

La dirección del sesgo no es obvia

Depende de *quién cumple* con la asignación.

A veces el sesgo *infla* el efecto estimado; a veces lo *atenúa*

Intuición: ¿en qué dirección sesgaría?

Un programa asigna estudiantes aleatoriamente a clases grandes (> 22) o pequeñas (< 17).

Hipótesis: clases pequeñas mejoran calificaciones.

Un 10% de los estudiantes *cambia* de clase. ¿Cuándo sesgaría esto el efecto estimado **a la baja**?

1. Padres de buenos estudiantes los cambian a clases grandes.
2. Padres de buenos estudiantes los cambian a clases pequeñas.
3. Padres de malos estudiantes los cambian a clases grandes.
4. Padres de malos estudiantes los cambian a clases pequeñas.

Mitigaciones en el diseño

Antes de pensar en cómo *estimar* con cumplimiento imperfecto, vale recordar que se puede *prevenir* parcialmente:

- Facilitar la participación (eliminar costos, simplificar trámites)
- Ofrecer incentivos a participar
- Establecer protocolos claros
- Reducir interacción entre grupos (prevenir contagio del tratamiento)

Pero

Aun con buen diseño, casi todo experimento aplicado tiene cumplimiento imperfecto. Necesitamos herramientas para analizarlo.

Notación

Asignación vs. tratamiento

Distinguimos dos cosas que antes eran lo mismo:

- Z_i = **asignación** al tratamiento (lo que el experimento dicta)
- D_i = **tratamiento efectivamente recibido**

En un RCT con cumplimiento perfecto

$Z_i = D_i$ para todo i . Por eso usábamos solo D .

En un RCT con cumplimiento imperfecto

Z_i es aleatorio. D_i *no* lo es (refleja decisiones individuales).

Resultados potenciales del tratamiento recibido

Antes teníamos Y_i^1, Y_i^0 . Ahora también necesitamos resultados potenciales para D :

D_i^1 = tratamiento que recibiría *si* fuera asignado a tratamiento

D_i^0 = tratamiento que recibiría *si* fuera asignado a control

Y lo que observamos:

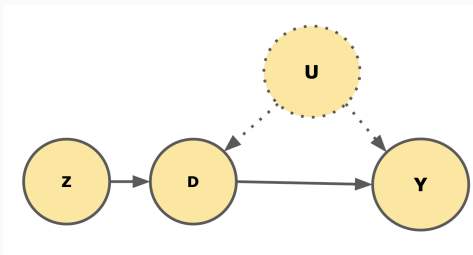
$$D_i = \begin{cases} D_i^1 & \text{si } Z_i = 1 \\ D_i^0 & \text{si } Z_i = 0 \end{cases}$$

Mismo truco que con Y_i^z

Cada persona tiene dos D_i^z posibles. Vemos solo uno. El otro es contrafactual.

DAG

El DAG del cumplimiento imperfecto



- U = factores no observados que afectan la decisión de tratarse y los resultados (preferencias, motivación, salud previa, etc.)
- La aleatorización rompe cualquier flecha hacia Z — pero *no* hacia D .

¿Qué pasa con las rutas de D a Y ?

- $D \rightarrow Y$ (causal directa, lo que queremos)
- $D \leftarrow U \rightarrow Y$ (puerta trasera; no podemos cerrarla)

Conclusión

Si pudiéramos controlar por U , cerraríamos la puerta trasera. Pero U es *no observable*.
Comparar tratados y no tratados *por* D **no identifica el efecto causal**.

¿Qué pasa con las rutas de Z a Y ?

- $Z \rightarrow D \rightarrow Y$ (causal indirecta vía D)
- $Z \rightarrow D \leftarrow U \rightarrow Y$ (¡la puerta trasera está *cerrada* por el colisionador D !)

Conclusión

La aleatorización de Z garantiza que no hay confusores.

Comparar resultados por asignación (Z) *sí* identifica un efecto causal — pero **no el del tratamiento**.

ITT

ITT: el efecto de la asignación

El **ITT** (*Intent-to-Treat*, intención de tratar) es la cantidad que podemos estimar limpiamente:

$$ITT = E[Y_i | Z_i = 1] - E[Y_i | Z_i = 0]$$

- Es el efecto de *ofrecer* el tratamiento, no de recibirlo.
- No requiere supuestos adicionales: la aleatorización lo identifica.
- Es lo primero que reporta cualquier RCT con cumplimiento imperfecto.

ITT vs. efectos del tratamiento: ¿cuál importa?

	ITT	ATE / ATT
Qué mide	Efecto de la <i>oferta</i>	Efecto del <i>tratamiento</i> recibido
Política relevante	La política es la oferta (carta, programa voluntario)	Costo-beneficio; cobertura universal
Estimable	Sí con aleatorización	Requiere supuestos adicionales

Ejemplo

Si la política pública es “mandar cartas informativas”, el ITT es lo que el *policymaker* quiere saber.
Si la pregunta es “¿cuánto reduce la enfermedad la vacuna en sí?”, necesitamos algo más.

Tipos de cumplimiento

Los cuatro tipos de cumplimiento

Combinando D_i^1 y D_i^0 obtenemos cuatro tipos:

Tipo	D_i^0	D_i^1
Cumplidor (<i>Complier</i>)	0	1
Tomador constante (<i>Always-taker</i>)	1	1
Rechazador constante (<i>Never-taker</i>)	0	0
Desafiante (<i>Defier</i>)	1	0

Importante

Estos tipos son *no observables* a nivel individual: solo vemos uno de los dos D_i^z para cada persona.

Pero podemos hacer inferencias sobre la **distribución** de tipos en la población.

Tipos por grupo de asignación

Como Z es aleatorio, los grupos están balanceados en tipos. Lo que difiere es qué D observamos:

Tipo	Asignado a $Z = 1$	Asignado a $Z = 0$
Cumplidor	$D = 1$	$D = 0$
Tomador constante	$D = 1$	$D = 1$
Rechazador constante	$D = 0$	$D = 0$
Desafiante	$D = 0$	$D = 1$

Qué notar

Algunas combinaciones de (Z, D) son “firmas” de ciertos tipos. Por ejemplo: alguien con $Z = 0, D = 1$ no puede ser cumplidor ni rechazador constante.

Ejemplo: programa de microcrédito

El setup

Una institución de microfinanzas evalúa el efecto de recibir un préstamo sobre el ingreso. Asignan aleatoriamente la *oferta* del préstamo.

Datos observados:

Grupo	Tomó préstamo	No tomó	Total
Oferta ($Z = 1$)	80	20	100
Sin oferta ($Z = 0$)	10	90	100
Total	90	110	200

Supondremos: *no hay desafiantes*. (Volveremos a este supuesto la próxima clase.)

Contando: tomadores constantes

	Tomó	No tomó	Total
$Z = 1$	80	20	100
$Z = 0$	10	90	100

¿Cuántos tomadores constantes hay?

- Sin oferta, alguien que tomó el préstamo solo puede ser *tomador constante* o *desafiante*.
- Si no hay desafiantes: 10 tomadores constantes en $Z = 0$.
- Por balance entre grupos: 10 en $Z = 1$ también.

Contando: rechazadores constantes y cumplidores

Rechazadores constantes:

- Con oferta, alguien que *no* tomó solo puede ser rechazador constante o desafiante.
- Sin desafiante: 20 rechazadores constantes en $Z = 1$.
- Por balance: 20 en $Z = 0$ también.

Cumplidores:

- En cada grupo de 100: restamos 10 tomadores constantes y 20 rechazadores constantes.
- Quedan **70 cumplidores** en cada grupo.

Pr(C): la proporción de cumplidores

La diferencia de *take-up* entre asignados a tratamiento y a control es la proporción de cumplidores:

$$\Pr(C) = E[D_i \mid Z_i = 1] - E[D_i \mid Z_i = 0]$$

En el ejemplo:

$$\Pr(C) = \frac{80}{100} - \frac{10}{100} = 0.70$$

Vocabulario que volverá la próxima clase

A $E[D_i \mid Z_i = 1] - E[D_i \mid Z_i = 0]$ también se le llama la **primera etapa** (*first stage*).

Mide cuánto la asignación mueve el tratamiento.

Cierre

Lo que tenemos — y lo que falta

Hoy logramos identificar:

- $\widehat{ITT}$ — el efecto de la *asignación*
- $\widehat{\Pr(C)}$ — la proporción de cumplidores

La pregunta para la próxima clase

¿Podemos combinar el ITT y $\Pr(C)$ para recuperar el efecto del *tratamiento* (no solo de la asignación) **para los cumplidores**?

La respuesta es **sí** — y se llama *Local Average Treatment Effect*, o **LATE**.

La próxima clase: derivamos la fórmula del LATE, hacemos explícito el supuesto que escondimos, y conectamos esto con Variables Instrumentales.