

Cumplimiento Imperfecto — Parte 2

Del ITT al LATE, y puente a Variables Instrumentales
2026-06-01

1. Recap de la clase anterior (Z , D , 4 tipos, ITT, $\Pr(C)$)
2. Del ITT al LATE: descomposición algebraica
3. La fórmula LATE
4. ¿Quiénes son los cumplidores?
5. Monotonicidad: el supuesto que escondimos
6. Validez externa del LATE
7. Puente a Variables Instrumentales

Al terminar este bloque, deberías poder:

1. Derivar la fórmula del LATE a partir del ITT y $\Pr(C)$
2. Interpretar el LATE como el efecto causal *para los cumplidores*
3. Explicar por qué los cumplidores dependen del instrumento usado
4. Identificar el supuesto de monotonicidad y por qué es necesario
5. Conectar la lógica del LATE con la de Variables Instrumentales

Recap

Dónde quedamos

- Z_i : asignación al tratamiento (aleatoria)
- D_i : tratamiento efectivamente recibido
- D_i^1, D_i^0 : resultados potenciales del tratamiento
- **4 tipos**: cumplidor, tomador constante, rechazador constante, desafiante

Estimamos limpiamente:

$$ITT = E[Y_i | Z_i = 1] - E[Y_i | Z_i = 0]$$

$$\Pr(C) = E[D_i | Z_i = 1] - E[D_i | Z_i = 0]$$

¿Cómo combinamos estas dos cantidades para recuperar el efecto del tratamiento (no de la asignación) para los cumplidores?

Del ITT al LATE

Estrategia: descomponer el ITT por tipo

La aleatorización balancea los grupos en tipos. Por la **Ley de Expectativas Iteradas**:

$$\begin{aligned} ITT &= \Pr(C) \cdot (E[Y_i | Z_i = 1, C] - E[Y_i | Z_i = 0, C]) \\ &\quad + \Pr(TC) \cdot (E[Y_i | Z_i = 1, TC] - E[Y_i | Z_i = 0, TC]) \\ &\quad + \Pr(RC) \cdot (E[Y_i | Z_i = 1, RC] - E[Y_i | Z_i = 0, RC]) \end{aligned}$$

La intuición

El ITT es un promedio ponderado de los efectos de la asignación dentro de cada tipo. Veremos que casi todos los términos *se cancelan*.

Reescribiendo con resultados potenciales

Para cada tipo, D vale lo mismo bajo $Z = 0$ y $Z = 1$ (excepto para cumplidores):

$$\begin{aligned} ITT = & \Pr(C) \cdot (E[Y_i^1 \mid Z_i = 1, C] - E[Y_i^0 \mid Z_i = 0, C]) \\ & + \Pr(TC) \cdot (E[Y_i^1 \mid Z_i = 1, TC] - E[Y_i^1 \mid Z_i = 0, TC]) \\ & + \Pr(RC) \cdot (E[Y_i^0 \mid Z_i = 1, RC] - E[Y_i^0 \mid Z_i = 0, RC]) \end{aligned}$$

Qué notar

Tomadores constantes: reciben tratamiento bajo ambas asignaciones $\Rightarrow Y^1$ en ambos términos.

Rechazadores constantes: nunca reciben tratamiento $\Rightarrow Y^0$ en ambos términos.

Aplicando independencia: $Z \perp (Y^0, Y^1)$

Z es independiente de los resultados potenciales *dentro de cada tipo*:

$$E[Y_i^1 \mid Z_i = 1, TC] = E[Y_i^1 \mid Z_i = 0, TC]$$

$$E[Y_i^0 \mid Z_i = 1, RC] = E[Y_i^0 \mid Z_i = 0, RC]$$

Conclusión: los términos de tomadores constantes y rechazadores constantes *se cancelan*.

$$ITT = \Pr(C) \cdot (E[Y_i^1 \mid C] - E[Y_i^0 \mid C])$$

Resultado clave

$$ITT = \Pr(C) \cdot E[\delta_i \mid C]$$

La fórmula LATE

Despejando el efecto del tratamiento para los cumplidores:

$$E[\delta_i | C] = \frac{ITT}{\Pr(C)} = \frac{E[Y_i | Z_i = 1] - E[Y_i | Z_i = 0]}{E[D_i | Z_i = 1] - E[D_i | Z_i = 0]}$$

Esto es el LATE

Local Average Treatment Effect: efecto promedio del tratamiento *para los cumplidores*.

Lectura intuitiva: el LATE es “cuánto efecto de la asignación obtuvimos, escalado por la fracción de gente cuyo tratamiento la asignación cambió”.

Una intuición concreta

Una campaña incentiva la vacunación. La carta:

- Aumenta la vacunación en 50 p.p. ($\Pr(C) = 0.50$)
- Reduce la enfermedad en 5 p.p. ($ITT = -0.05$)

Solo los *cumplidores* cambiaron su comportamiento por la carta. Si la asignación redujo la enfermedad en 5 p.p. en promedio, y solo el 50% cambió de comportamiento, entonces el efecto promedio entre los cumplidores es:

$$\frac{-0.05}{0.50} = -0.10 \quad (10 \text{ p.p. menos enfermedad})$$

En palabras

La carta no afecta a quienes ya iban a vacunarse o nunca lo harían. Su efecto solo se materializa vía los cumplidores. Dividir el ITT por $\Pr(C)$ “deshace la dilución”.

Interpretación

¿Quiénes son los cumplidores?

El LATE es el efecto promedio *para los cumplidores*. Pero:

- Los cumplidores son quienes *cambian de comportamiento* debido al instrumento Z .
- Su identidad **depende del instrumento específico** usado.
- Un instrumento distinto $\Rightarrow$ una población de cumplidores distinta $\Rightarrow$ potencialmente un LATE distinto.

Ejemplos

- Carta informativa $\Rightarrow$ cumplidores sensibles a la *información*.
- Transferencia monetaria $\Rightarrow$ cumplidores sensibles al *precio*.
- Disponibilidad geográfica $\Rightarrow$ cumplidores sensibles a la *distancia*.

Monotonicidad

El supuesto que escondimos

Toda la derivación supone que **no hay desafiantes**:

$$D_i^1 \geq D_i^0 \quad \text{para todo } i$$

Es decir: ser asignado al tratamiento nunca *reduce* la probabilidad de recibirlo.

Por qué importa

Sin monotonicidad, los desafiantes contribuyen al ITT con efectos de *signo opuesto* a los cumplidores.

Los términos no se cancelan limpiamente, y el LATE **no** identifica un efecto causal interpretable.

¿Cuándo es creíble la monotonicidad?

Casos plausibles:

- Incentivos puramente positivos (cartas informativas, subsidios)
- Eliminación de barreras (acceso, costos)
- Asignaciones que solo *ofrecen* (no obligan ni prohíben)

Casos sospechosos:

- Cuando la asignación puede generar “efecto rebote” (psicológico, ideológico, reactancia)
- Cuando hay heterogeneidad fuerte en cómo la gente responde a incentivos

En la práctica

La monotonicidad *no es directamente testeable*. Se argumenta apelando a la naturaleza del instrumento y al contexto.

Validez externa

¿A qué población generaliza el LATE?

El LATE identifica el efecto del tratamiento *para los cumplidores del instrumento usado*.

A veces los cumplidores son justamente el grupo de interés:

- Política que ofrece un programa $\Rightarrow$ a quién le interesa el efecto sobre quienes *no* se inscribirían igual.

A veces no:

- Instrumento cuasi-experimental que afecta solo a un subgrupo angosto $\Rightarrow$ LATE puede ser muy distinto del ATE.

Eco del trade-off de la clase de Anatomía

Ganamos identificación creíble, perdemos generalización.

El LATE es el ejemplo paradigmático de este trade-off.

Puente a IV

¿Qué hicimos, exactamente?

Toda nuestra derivación usó tres propiedades de Z :

1. **Relevancia:** Z afecta D (existe primera etapa, $\Pr(C) > 0$).
2. **Exogeneidad:** $Z \perp (Y^0, Y^1)$ — sin confusores.
3. **Restricción de exclusión:** Z afecta Y *solo* a través de D .

Qué notar

En el RCT con cumplimiento imperfecto, la *aleatorización* nos regaló (2) y (3); el diseño nos regaló (1).

Variables Instrumentales = la misma estructura cuando *no* tenemos aleatorización.

Las tres condiciones se vuelven argumentos

Condición	En IC (RCT imperfecto)	En IV (general)
Relevancia	Garantizada por diseño	Se <i>testea</i> (primera etapa)
Exogeneidad	Garantizada por aleatorización	Se <i>argumenta</i> (estilo Zika)
Exclusión	Trivialmente cierta	Se <i>argumenta</i> y casi nunca se <i>testea</i>

El gran cambio

En IC, el experimento hace el trabajo pesado.

En IV, *nosotros* hacemos el trabajo pesado — defendiendo cada condición con teoría, contexto y robustez.

Esta lógica vuelve a aparecer

La estructura “ Z aleatorio o exógeno $\rightarrow D \rightarrow Y$ ” aparece en varios diseños del curso:

- **Variables Instrumentales** (próxima clase) — versión general
- **Encouragement designs** — RCTs donde el tratamiento real es voluntario
- **RDD difuso** (más adelante) — la discontinuidad como instrumento
- **DID con cumplimiento parcial** — variación en exposición + dosis

La habilidad transferible

Cada vez que vean “ Z es como aleatorio” en un paper, recuerden las tres condiciones — y la pregunta: *¿para qué cumplidores aplica este efecto?*

Ejemplo completo

El préstamo, parte II: datos completos

Setup (de la clase anterior): asignación aleatoria a una oferta de microcrédito; 100 personas por grupo; outcome = ingreso mensual 2 años después.

Tipo	n por grupo	Y^0	Y^1
Tomadores constantes (TC)	10	1,800	2,000
Cumplidores (C)	70	1,400	1,500
Rechazadores constantes (RC)	20	1,200	1,250

La trampa pedagógica

En la realidad **nunca observamos esta tabla**: solo vemos Y_i , D_i y Z_i para cada persona. Pero *suponer* una verdad nos deja verificar que la fórmula del LATE recupera el efecto correcto.

Lo que se observa en los datos

Grupo con oferta ($Z = 1$): TC y C toman el préstamo; RC no.

$$E[Y | Z = 1] = \frac{10 \cdot 2,000 + 70 \cdot 1,500 + 20 \cdot 1,200}{100} = 1,490$$

Grupo sin oferta ($Z = 0$): solo TC toman el préstamo; C y RC no.

$$E[Y | Z = 0] = \frac{10 \cdot 2,000 + 70 \cdot 1,400 + 20 \cdot 1,200}{100} = 1,420$$

Qué notar

Solo los *cumplidores* cambian su tratamiento entre grupos. Por eso solo ellos contribuyen al diferencial $E[Y | Z = 1] - E[Y | Z = 0]$.

Calculemos: ITT, Pr(C), LATE

ITT:

$$ITT = E[Y | Z = 1] - E[Y | Z = 0] = 1,490 - 1,420 = \mathbf{70}$$

Pr(C):

$$\Pr(C) = E[D | Z = 1] - E[D | Z = 0] = 0.80 - 0.10 = \mathbf{0.70}$$

LATE:

$$LATE = \frac{ITT}{\Pr(C)} = \frac{70}{0.70} = \mathbf{100}$$

Verificación

La “verdad” por construcción: los cumplidores ganan $1,500 - 1,400 = \$100$ por el préstamo.

La fórmula del LATE **recupera exactamente este número**, usando solo lo que sí observamos.

¿Y si comparáramos simplemente por D ?

Quienes tomaron el préstamo ($D = 1$, $n = 90$): 20 TC + 70 C en $Z = 1$.

$$E[Y \mid D = 1] = \frac{20 \cdot 2,000 + 70 \cdot 1,500}{90} \approx 1,611$$

Quienes no tomaron ($D = 0$, $n = 110$): 40 RC + 70 C en $Z = 0$.

$$E[Y \mid D = 0] = \frac{40 \cdot 1,200 + 70 \cdot 1,400}{110} \approx 1,327$$

Diferencia naïve:

$$1,611 - 1,327 = \mathbf{284}$$

El sesgo

La comparación naïve da \$284 — *casi tres veces* el verdadero efecto causal para los cumplidores (\$100).

Por qué: TC (más ricos de base) inflan $E[Y \mid D = 1]$; RC (más pobres) bajan $E[Y \mid D = 0]$.
La selección reaparece, justo como anticipamos en la primera clase.

Cierre

La idea central de hoy

El **LATE** es lo que se puede recuperar cuando la asignación es aleatoria pero el cumplimiento no es perfecto.

Es un efecto causal *honesto* — pero *local* a una subpoblación específica (los cumplidores).

La próxima clase: extendemos esta lógica al caso en que la asignación *no es aleatoria*, sino solo exógena.

La próxima clase (Bloque 2): Variables Instrumentales.